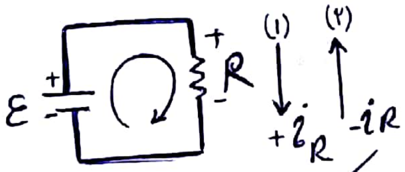
۱/

بسم الله الرحمن الرحیم. خلاصهٔ نکات فیزیک ۲ برای امتحان ترم دانشگاه تهران (خلاصهٔ جزوهٔ استاد شمیمی محمدی)

(مدار الکتریکی) در جهت جریان اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت عددی منفی است

مدارهای ساده:



اختلاف پتانسیل مقاومت

در حالت (۱): $V_R = i_R R \xrightarrow{kvl} \mathcal{E} - V_R = 0 \qquad \mathcal{E} = R i_R$

در حالت (۲): $V_R = -i_R R \xrightarrow{kvl} \mathcal{E} + V_R = 0 \qquad \mathcal{E} = -R i_R$

← در خلاف جهت جریان اختلاف پتانسیل مقاومت مثبت است

قوانین کیرشهف:

I: مجموع جمع جبری اختلاف پتانسیل ها هر مسیر بسته صفر است. (KVL) نکته ← همیشه در مدارها از KVL بهره می بریم.

II: « « « جریان ها ورودی به یک گره صفر است (KCL) نکته ← از این قانون در مدارها ساده استفاده نمی شود

در مدارهایی که تعداد مجهولات ← از معادله بیشتر است به کمک ما می آید.

در بررسی مدارها الکتریکی، ابتدا تعیین جهت جریان در هر شاخه بسیار اهمیت دارد.

ن) اگر از سر مثبت باتری به سر منفی آن برویم، $\mathcal{E}$ منفی باید در نظر گرفته شود.

$R = V/i$ مقاومت ها

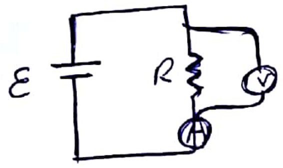
موازی → v ثابت و $i = i_1 + \dots + i_n = \frac{v}{R_1} + \dots + \frac{v}{R_n} = v\left(\frac{1}{R_1} + \dots + \frac{1}{R_n}\right)$

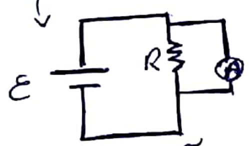
سری → i ثابت و $v = v_1 + \dots + v_n = R_1 i + R_2 i + \dots + R_n i = i(R_1 + \dots + R_n)$

در مدار:

آمپرسنج: سری بسته می شود ← مقاومت آمپرسنج = ۰

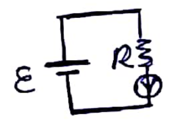
ولت سنج: موازی در مدار ← مقاومت ولت سنج $= +\infty$





← R از مدار خارج می شود ✓

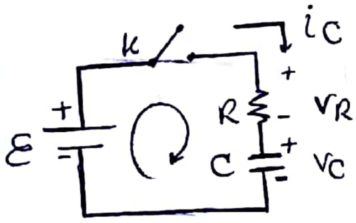
آمپرسنج موازی X



← مدار قطع می شود ✓

ولت سنج سری X

مدار ساده RC



$kvl: \mathcal{E} - V_R - V_C = 0 \qquad \mathcal{E} = V_R + V_C \qquad V_R = R i_C$

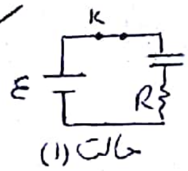
$V_C = \frac{q_C}{C} \qquad i_C = \frac{dq_C}{dt}$

$q_C(t=0) = 0$

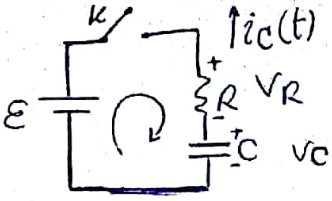
$\longrightarrow \mathcal{E} = R\frac{dq_C}{dt} + \frac{q_C}{C} \xrightarrow{\text{حل معادله‌ی درجه اول}} q_C(t) = C\mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

$\longrightarrow V_C(t) = \frac{q_C(t)}{C} = \mathcal{E}\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right) \qquad i_C(t) = \frac{dq_C(t)}{dt} = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$

دشارژ خازن :



$\xrightarrow{\text{خارج کردن باتری}}$ از مدار پس از شارژ خازن



$\xrightarrow{KVL} \quad -V_R - V_C = 0 \longrightarrow V_R + V_C = 0$

$$-R\,i_C(t) + V_C(t) = 0 \longrightarrow -R\left(-C\frac{dV_C(t)}{dt}\right) + V_C(t) = 0 \Longrightarrow$$

$$\begin{cases} RC\dfrac{dV_C(t)}{dt} + V_C(t) = 0 \\ V_C(t)\big|_{t=0} = V_0 \end{cases} \xrightarrow[\text{درجه اول}]{\text{حل معادله}} V_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} \xrightarrow[V(0)=V_0]{} A = V_0 \xrightarrow{\text{پس}}$$

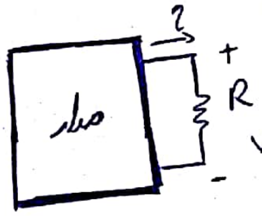
$$V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{RC}} \longrightarrow i_C(t) = -C\frac{dV_C(t)}{dt} = \frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$$

نکته : اگر مقاومت بیش از یک عدد باشد، ابتدا R_{eq} را محاسبه کرده و سپس معادلات را با R_{eq} می‌نویسیم.

اگر برای مدارهای RC نخواهیم معادله‌ی مرتبه‌ی اول حل کنیم، می‌توانیم از رابطه‌ی زیر هم بهره ببریم.

$$V_C(t) = \underbrace{\left[V_C(0) - V_C(\infty)\right]}_{A} e^{-\frac{t}{RC}} + \underbrace{V_C(\infty)}_{B}$$

توان مصرفی مقاومت

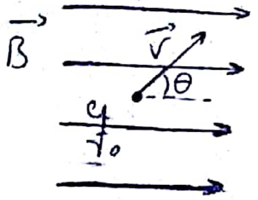


توان مصرفی مقاومت $P = \dfrac{dw}{dt} = \dfrac{vi\,dt}{dt} = vi$

$$dw = v\,dq = vi\,dt \xrightarrow[v=Ri]{} P = (Ri)i = Ri^2 = \frac{v^2}{R}$$

مغناطیس

نیروی مغناطیسی وارد بر جسم باردار متحرک (سرعت V) در میدان مغناطیسی B .



$$F_B = |v|\, q_0 \sin\theta\, |B| = q_0\, \vec{V}\times\vec{B}$$

$$T = \frac{N}{C\cdot\frac{m}{s}} = \frac{N}{A\cdot m} = 10^4 G$$

نکته: F_B همواره بر سرعت $\vec{V}$ عمود است.

کار $W_B = \int \vec{F_B}\cdot d\vec{l} = \int F_B\, dl \cos(\frac{\pi}{2}) = 0 \longrightarrow W_B = 0$

$1\, e.V = 1.6\times10^{-19}\, J \nearrow C.V$

طبق قانون دست راست: ۴ انگشت و کف دست راست (بار مثبت) در جهت سرعت V ، خمش ۴ انگشت (اشاره و ...) نشان از میدان مغناطیسی B و انگشت شست جهت نیروی مغناطیسی وارد بر ذره با بار مثبت. برای بار منفی جهت نیرو عکس می‌شود.

$m_p = 1.7\times10^{-27}\, kg \qquad q_p = 1.6\times10^{-19}\, C$

نیروی لورنتس: در فضایی که خاصیت مغناطیسی و الکتریکی با هم داریم.

$$F_{\text{نیروی لورنتس}} = F_B + F_E = q\,\vec{V}\times\vec{B} + q\,\vec{E}$$

کشف e ← در میدان‌ها متعامد داریم:

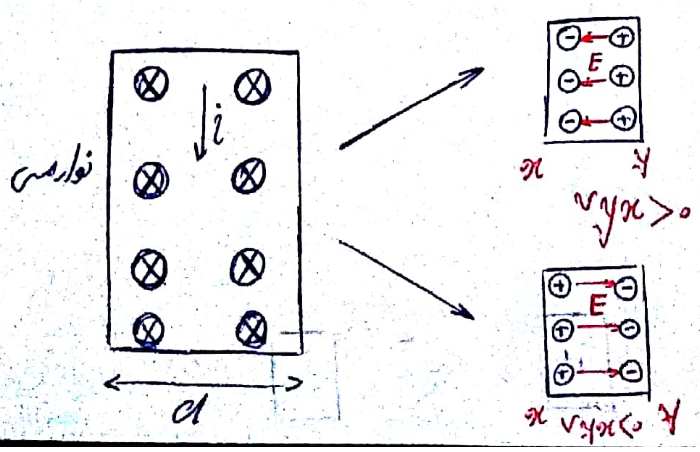
آزمایش ۱: $y = \frac{1}{2}at^2 ,\ x = v_H t$ → $\Delta y = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}\frac{x^2}{v^2}$ ، $F = qE = ma$

آزمایش ۲: $F_e = F_B \longrightarrow qE = qvB\ ;\ v = \frac{E}{B}$

$$q/m = 2\Delta y\,(E/B^2x^2)$$

ترکیب آزمایش ۱ و ۲.

آزمایش هال:



$q = ed$

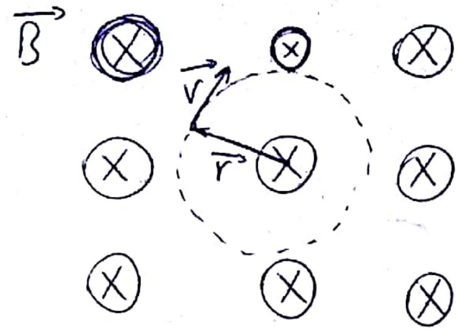
$\longrightarrow F_B = F_e \longrightarrow qvB = qE$

$\longrightarrow edvB = edE \longrightarrow dvB = V_{yx}$

$v = \frac{j}{ne} = \frac{i}{ned} \longrightarrow V_{yx} = \frac{j}{ne}Bd$

$\longrightarrow V_{yx} = \frac{i}{ne}B$

بارها در حال دوران :

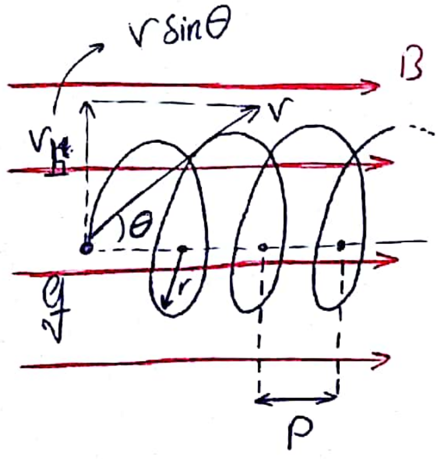


$$F = ma \qquad q v \underbrace{B}_{\sin 90} = m\frac{v^2}{r}$$

$$r = \frac{mv}{qB} \qquad W = \frac{2\pi}{T} \qquad \underbrace{v}_{\text{خطی}} = \frac{2\pi r}{T}$$

زمان یک طول محیط دایره به شعاع r (زمان یک دور کامل)

$$\longrightarrow W = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m} \quad , \quad T = \frac{2\pi m}{qB}$$



$$F_B = q v_\perp B \sin 90^\circ = q v_\perp B = q v B \sin\theta$$

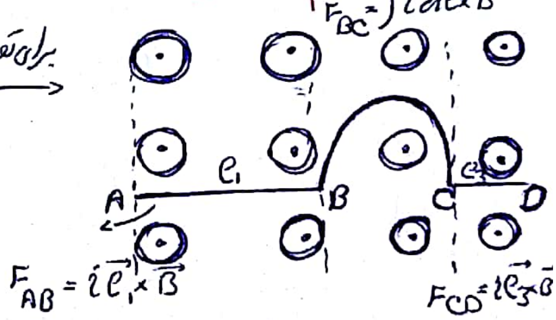
$$\text{شعاع حلقه } r = \frac{m v_\perp}{qB} = \frac{m v \sin\theta}{qB}$$

$$\text{گام پیچ } P = \underbrace{v_H}_{\text{مؤلفه‌ی افقی سرعت}} T = v\cos\theta \frac{2\pi m}{qB}$$

نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی :

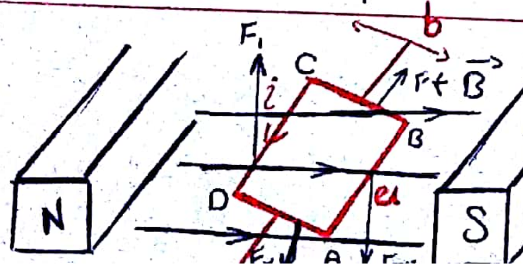
$$\vec{F}_B = \begin{cases} i\vec{l}\times\vec{B} & \text{: برای سیم مستقیم (بدون انحنا در میدان یکنواخت B)} \\ \int d\vec{F}_B = \int i\, d\vec{l}\times\vec{B} & \text{: سیم دارای انحنا (یا بدون) در میدان یکنواخت B)} \end{cases}$$

برای تصور بهتر

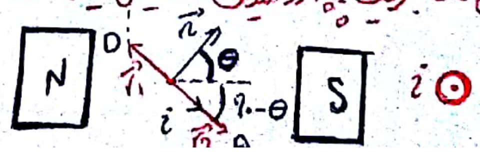


نکته : اگر B و i ثابت باشند، مقدار نیروی وارد شده بر سیم منحنی، برابر با مقدار نیروی وارد بر تصویر سیم منحنی روی محور افقی یا عمودی است.

نیروی مغناطیسی وارد بر یک پیچه در میدان مغناطیسی یکنواخت :



نگاه از روبرو



۵/

$|F_1| = |F_3| = i\underset{l=a}{l}B\underbrace{\sin 90}_{}= iab$ ← زاویه بین نرمال و ضلع شامل a

$|F_2| = |F_4| = i\underset{l=b}{l}B\sin(90-\theta) = ibB\sin(90-\theta)$

نکته: نیروی وارد بر این پیچه در میدان یکنواخت $\vec{B}$ در مجموع صفر است.

$\vec{F_2} = -\vec{F_4}$, $\vec{F_1} = -\vec{F_3}$

پس $\vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4} = 0 \xrightarrow[\text{خواهیم داشت}]{\text{اما گشتاور}}$ $\vec{\tau_1} = \vec{r_1} \times \vec{F_1} = (\frac{b}{2})iaB\sin\theta$

و $\vec{\tau_3} = \vec{r_3} \times \vec{F_3} = (\frac{b}{2})iaB\sin\theta$ $\qquad \vec{\tau_2} = \vec{\tau_4} = 0 \xrightarrow{\text{چون}} \sin\theta = \sin 0 = 0$

$\tau_{\text{کل}} = \vec{\tau_1} + \vec{\tau_3} + (\underbrace{\vec{\tau_2} + \vec{\tau_4}}_{0}) = 2(\frac{b}{2})iaB\sin\theta = iabB\sin\theta$

پیچه با N دور:

$\tau_{\text{کل}} = Ni\underbrace{ab}_{\text{مساحت} A}B\sin\theta = NiAB\sin\theta \otimes$

گشتاور دوقطبی مغناطیسی: $\vec{\mu} = iA\vec{n} \xrightarrow{\text{برای N دور}} \vec{\tau} = N\vec{\mu} \times \vec{B}$

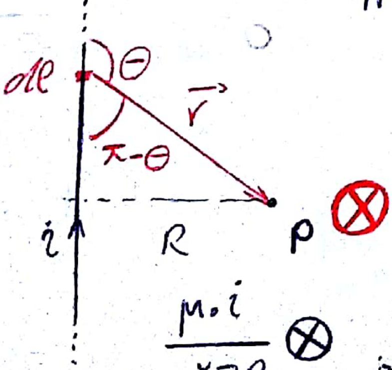
انرژی لازم جهت جابجایی (بردار $\vec{n}$) $= \int_{\frac{\pi}{2}}^{\alpha} \tau\, d\theta = -\vec{\mu}\cdot\vec{B}$

میدان مغناطیسی ناشی از سیم حامل جریان: قانون بیوساوار:

$\vec{dB} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\vec{dl} \times \hat{r}}{r^2}$

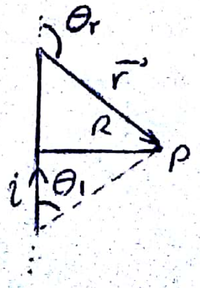
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$

Ⓐ میدان ناشی از سیم بی‌نهایت طویل در نقطه‌ای مشخص:



$\vec{B} = \int \vec{dB} = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi} \cdot \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R} \int_0^{\pi} \sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \otimes$

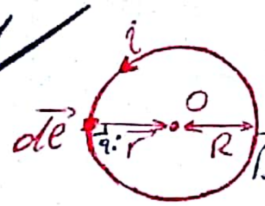
حالت کلی:



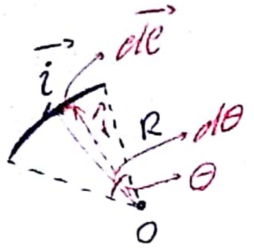
$\longrightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \xrightarrow{if} \begin{cases}\theta_1 = 0\\ \theta_2 = \pi\end{cases}$

$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(1-(-1)) = \frac{\mu_0 i}{2\pi R} \otimes$

۱۳) میدان ناشی از حلقه‌ی حامل جریان (در مرکز حلقه):

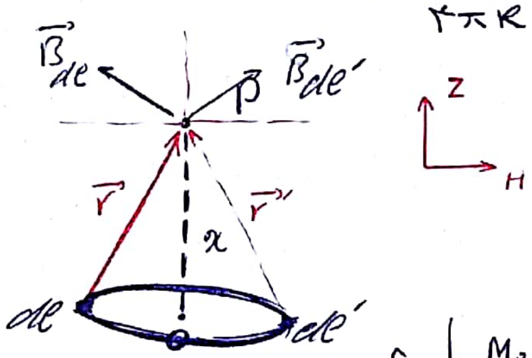


$$\vec B = \int d\vec B = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{d\vec l\times\vec r}{r^3} \to \theta = 90^\circ = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\underbrace{\int dl}_{l \to \text{محیط حلقه}} = \frac{\mu_0 i}{2R}\odot$$



$$\vec B = \int d\vec B = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{d\vec l\times\vec r}{r^3} = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\int dl = \frac{\mu_0 i}{4\pi R^2}\int R\,d\theta$$

$$= \frac{\mu_0 i}{4\pi R}\int d\theta = \frac{\mu_0 i}{4\pi R}(\theta)$$



$$\to \vec B = \int d\vec B = \int d\vec B_Z + \underbrace{\int d\vec B_H}_{} =$$

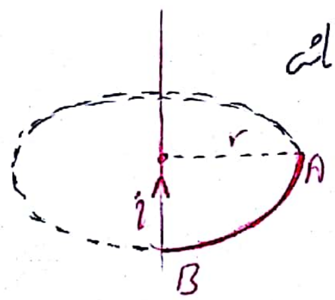
$$\hat z \int \frac{\mu_0 i}{4\pi}\cdot\frac{dl}{r^2}\sin\theta = \hat z\left(\frac{\mu_0 i}{2}\,\frac{R^2}{(R^2+x^2)^{\frac32}}\right)$$

قانون آمپر: جابه میدان مغناطیسی روی مسیر بسته

$$\int \vec B\cdot d\vec l = \mu_0 i$$

روی هر مسیر بسته

i : کل جریان عبوری از سطح محصور داخل مسیر بسته



میدان مغناطیسی ناشی از خط (سیم طویل) روی قطاع AB $\to$

$B_{\text{دایره‌ی کامل}} \Rightarrow \int B\cdot dl = \mu_0 i \to B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$ (B_0)

$B_{\text{قطاع}} \Rightarrow \int B\cdot dl = \mu_0 i \to B(r) = \frac{\mu_0 i}{\frac34(2\pi r)}$

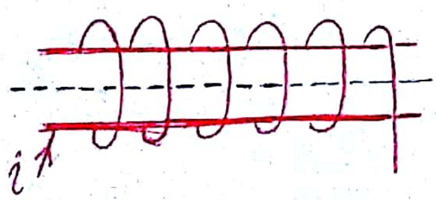
$= \frac{2\mu_0 i}{3\pi r}$ $\quad B_{AB} = B_0 - B_{\text{قطاع}} = \frac{2\mu_0 i}{\pi r}$

میدان مغناطیسی ناشی از یک سیم‌لوله به فاصله‌ی r از مرکز سیم‌لوله:

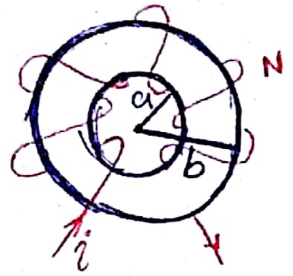
$\vec B(r) = \mu_0 n i$ ← آمپر

$I = nli$ $\quad n = \frac{N}{l}$

سیم لوله



میدان مغناطیسی چنبره با N دور:



$r<a \longrightarrow B(r)=0$

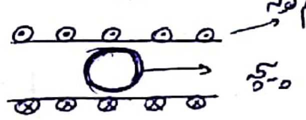
$r>b \longrightarrow B(r)=0$

$a<r<b:\ \oint \vec{B}(r)\cdot d\vec{l} = \mu_0 I$

$I = Ni \longrightarrow \vec{B}(r) = \dfrac{\mu_0 N i}{2\pi r}$

شار مغناطیسی: $\Phi_B = \oint_S \vec{B}\cdot d\vec{s}$ ، نیروی محرکه القایی: $\varepsilon_{ind} = \oint \vec{E}_{ind}\cdot d\vec{l} = \dfrac{d\Phi_B}{dt}\ (V)$

واحد نیروی محرکه القایی



اگر چند جسم داشته باشیم باید این میدان درون شار میدان جسمی است که محیط بر بقیه اجسام است $\xrightarrow{\text{مثل}}$

باید B حاصل از سیم‌لوله حامل جریان را در فرمول شار مغناطیسی استفاده کنیم.

نکته: اگر نیروی محرکه القایی در یک جسم با تعداد N دور را بخواهید خواهیم داشت:

$$\varepsilon_{ind} = N\frac{d\Phi}{dt}$$

قانون لنز: جهت جریان حلقه همواره به سمتی است که با تغییرات شار مغناطیسی مخالفت می‌کند.

خود القایی: $\varepsilon_{ind} = \dfrac{N\,d\Phi_B}{dt} = \dfrac{d(N\Phi_B)}{dt}$ ، ضریب خود القایی: $\ell = \dfrac{N\Phi_B}{i}$

$\longrightarrow N\Phi_B = \ell i \longrightarrow$ ثابت ℓ $\xrightarrow{\text{پس}} \varepsilon_{ind} = \dfrac{d(\ell i)}{dt} = \ell\dfrac{di}{dt}$

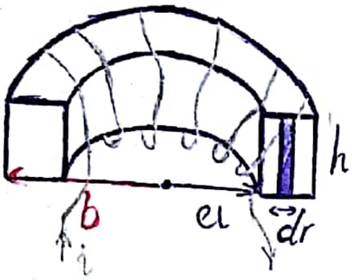
نگاه از قاعده به سیم لوله:

$B = \mu_0 \underbrace{n}_{n=\frac{N}{\ell}} i \qquad \Phi_B = \int B\cdot ds = BS = B\pi R^2$

ضریب خود القایی در سیم لوله $\ell = \dfrac{N\Phi_B}{i} = \dfrac{N(B\pi R^2)}{i} = \dfrac{N\mu_0 \frac{N}{\ell} i\,\pi R^2}{i} = \mu_0 \dfrac{N^2}{\ell}\pi R^2$

$$\boxed{\ell_{\text{در سیم لوله}} = \mu_0 N^2 \pi R^2 / \ell}$$

محاسبه‌ی ضریب خودالقایی یک چنبره (a: شعاع داخلی ، b: شعاع بیرونی و مقطع مستطیلی به ارتفاع h)



$$\ell = \frac{N\Phi_B}{i} \longrightarrow \Phi_B = \int \vec{B}\cdot d\vec{s} = \int \frac{\mu_0 n i}{2\pi r}\, ds$$

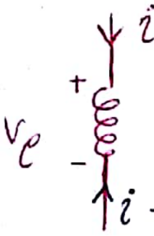
چنبره $B = \frac{\mu_0 n i}{2\pi r}$

نکته: در این چنبره h ثابت و r متغیر است.

پس $ds = h\,dr \longrightarrow \Phi_B = \int_a^b \frac{\mu_0 n i}{2\pi r}\cdot h\,dr = \frac{\mu_0 n i h}{2\pi}\int_a^b \frac{dr}{r} =$

$$\frac{\mu_0 n i h}{2\pi}\ln(b/a) \longrightarrow \ell = \frac{N}{i}\cdot\frac{\mu_0 \overset{n=N}{n}\, i h}{2\pi}\ln(b/a) = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi}\ln(b/a)$$

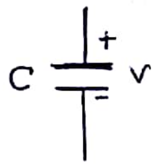
مدل مداری القاگر یا سلف.



$i \downarrow \longrightarrow \varepsilon_{ind} = \ell\frac{di_\ell}{dt}$

$i \uparrow \longrightarrow \varepsilon_{ind} = -\ell\frac{di_\ell}{dt}$

مدار خازنی

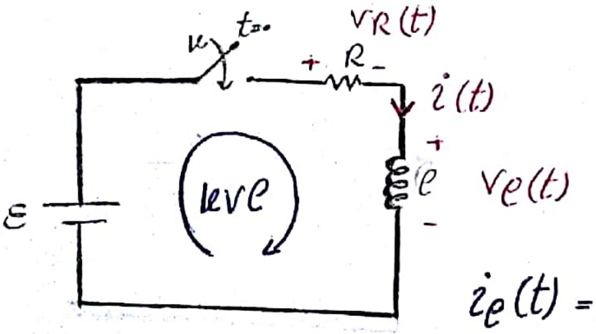


$C = q/v \;,\; i = C\frac{dv_c}{dt}$

روش تبدیل یا جایگزینی مدار خازنی با مدار سلفی

مدار خازنی		مدار سلفی
C	$\longrightarrow$	ℓ
R	$\longrightarrow$	$\frac{1}{R}$
i	$\longrightarrow$	v
v	$\longrightarrow$	i

در همه‌ی مدارهای الکتریکی (خازنی و سلفی و هر مدار قابل تشکیل دیگر)، قانون‌ها کیرشهوف به‌خصوص kvl را بکار می‌بریم.



$v_\ell = \ell\frac{di}{dt}$

kvl: $\varepsilon = v_R(t) + v_\ell(t) \quad (I)$

$I: \; \varepsilon = Ri(t) + \ell\frac{di(t)}{dt}$ ⟶ معادله‌ی مرتبه‌ی اول / حساب دیفرانسیل

$$i_\ell(t) = \frac{\varepsilon}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{\ell}t}\right) \qquad v_\ell(t) = \ell\frac{di_\ell(t)}{dt}$$

$$= \ell\frac{\varepsilon}{R}\cdot\frac{R}{\ell}e^{-\frac{R}{\ell}t} = \varepsilon e^{-\frac{t}{\ell/R}}$$

$$(I)\times i_\ell(t) \xrightarrow{\text{پس}} \underbrace{\varepsilon i}_{\text{توان تولیدی باتری}} = \underbrace{Ri^2(t)}_{\text{توان مصرفی مقاومت (تلف شده)}} + \underbrace{\ell i\frac{di}{dt}}_{\text{توان ذخیره شده در میدان مغناطیسی}}$$

9/

$$L\, i(t) \frac{di}{dt} = \frac{dU_B}{dt} \to dU_B = L\, i\, di \xrightarrow{\int} \int dU_B = \int_0^{i_L(t)} L\, i\, di$$

$$\to U_B = \frac{1}{2} L\, i_L^2(t)$$ ؛ U_B: انرژی ذخیره شده در میدان B

چگالی انرژی در واحد حجم : $u_B = \frac{U_B}{V}$

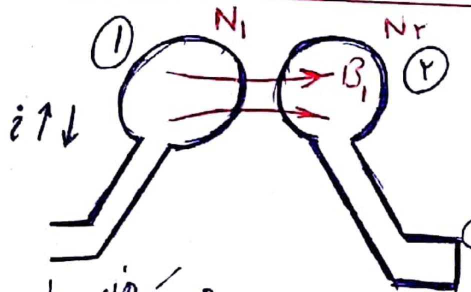
$$u_{B\,\text{سیملوله}} = \frac{U_B}{V} = \frac{\frac{1}{2} L i^2}{A l'} \Rightarrow \begin{cases} L_{\text{سیملوله}} = \mu_0 n^2 A l' \\ u_B = \dfrac{\frac{1}{2}\mu_0 n^2 A l' i^2}{A l'} = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 i^2 = \frac{1}{2}\frac{\mu_0^2}{\mu_0} n^2 i^2 \end{cases}$$

l': طول سیملوله

$$= \frac{B^2}{2\mu_0} \to \boxed{u_{B\,\text{سیملوله}} = \frac{B^2}{2\mu_0}}$$

سیم به هر شکلی در آید، این فرمول استفاده می‌شود.

$$U_B = \int u_B\, dv$$



القای متقابل :

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{N_2\, d\Phi_{21}}{dt}$$

M ضریب القای متقابل $= M_{12} = M_{21}$

$$M_{12} = \frac{N_1 \Phi_{12}}{i_2} \to \mathcal{E}_{ind_1} =$$

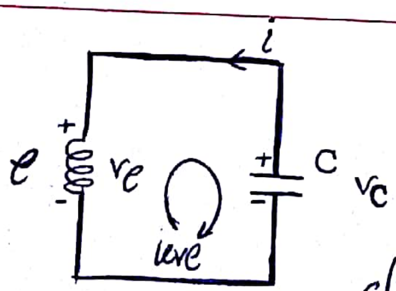
N هم‌اندیس با
هم‌اندیس با i

$$M_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{i_1} \to \mathcal{E}_{ind_2} = \frac{dM_{21}}{dt} i_1 = M_{21}\frac{di_1}{dt} \quad \Big| \quad \frac{dM_{12}}{dt} i_2 = M_{12}\frac{di_2}{dt}$$

$$\Phi_{21} = \oint_{S_2} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} \qquad \Phi_{12} = \oint_{S_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} \qquad \begin{cases} U_L = \frac{1}{2} L i^2 \\ U_C = \frac{1}{2} C V^2 \end{cases}$$

نوسانات الکترومغناطیسی و جریان‌ها متناوب :

LC مدار :



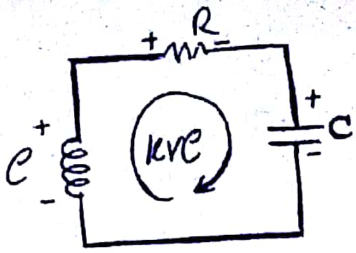
$$\text{kvl}: \quad V_L = V_C \qquad V_L = L\frac{di}{dt} = -LC\frac{d^2 V_C}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{1}{LC} V_C = 0 \xrightarrow[\text{دیفرانسیل}]{\text{معادله مرتبه دوم}} \begin{cases} V_C(t=0) = V_m \\ \left.\dfrac{dV(0)}{dt}\right|_{t=0} = 0 \end{cases} \to$$

$$LCs^2 + 1 = 0 \to s = \pm i \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\text{پس} \to V_C(t) = V_m \cos(\omega t) \to i(t) = -C V_m \omega(-\sin\omega t) \qquad \cos(\omega t - \tfrac{\pi}{2})$$

مدار RLC :



$KVL: \; v_e = v_R + v_C \Rightarrow$

$$LC\frac{d^2 v_C}{dt^2} + RC\frac{dv_C}{dt} + v_C = 0$$

$$\left(v_R = R i_C = RC\frac{dv_C}{dt}\right)$$

حل معادله دیفرانسیل مرتبه دوم

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \underbrace{\frac{R}{L}}_{R/L = 2\alpha}\frac{dv_C}{dt} + \underbrace{\frac{v_C}{LC}}_{\frac{1}{LC}} = 0 \longrightarrow \frac{1}{LC} = \omega_0^2$$

$$S^2 + 2\alpha S + \omega_0^2 = 0 \longrightarrow S = \frac{-2\alpha \pm \sqrt{4\alpha^2 - 4\omega_0^2}}{2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

شرایط مرزی مسئله مرتبه دوم

$$\begin{cases} v_C(t=0) = V_m \\ \left.\dfrac{dv_C(t)}{dt}\right|_{t=0} = 0 \end{cases}$$

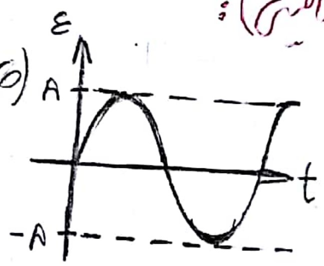
حالت خاص: $\text{if } \omega_0^2 > \alpha^2 \longrightarrow v_C(t) = V_m e^{-\alpha t}\cos(\omega t)$

$$= V_m e^{-\frac{R}{2L}t}\cos\left(\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}\, t\right)$$

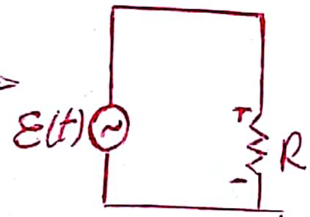
نوسانات واداشته (نوسانات الکترومغناطیسی):

منبع ولتاژ متناوب  ε

$$\varepsilon(t) = A\sin(\omega t + \varphi)$$



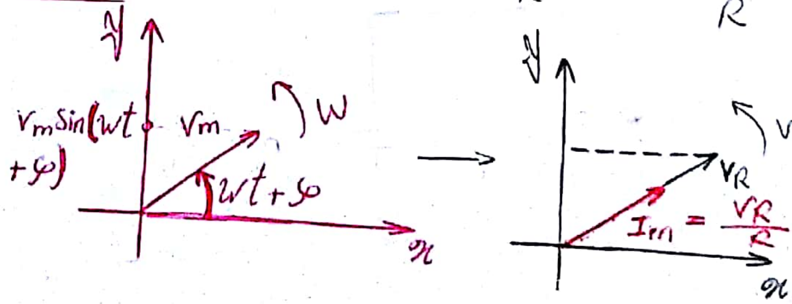
(I) بار مقاومتی $\longrightarrow$



$$\varepsilon(t) = \overset{V_m}{A}\sin(\omega t + \varphi) = V_R$$

$$V_R = Ri \longrightarrow i = \frac{V_R}{R} = \frac{V_m \sin(\omega t + \varphi)}{R}$$

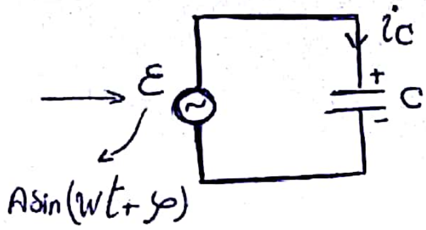
$$\frac{V_m}{R} = I_m \longrightarrow i_R = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$



$$\begin{cases} V_R = V_m \angle \varphi \\ I_R = I_m \angle \varphi \end{cases}$$

در مدار مقاومتی: $\frac{V_m}{I_m} = R$

(II) بار خازنی



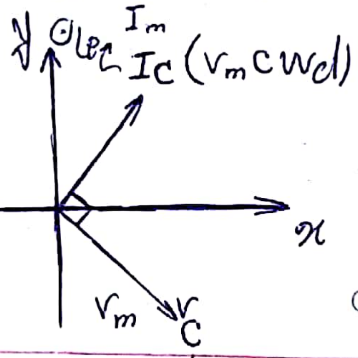
$v_C = V_m \sin(\omega_d t+\varphi) \longrightarrow$

$i_C = \frac{C\,dv_C}{dt} = C V_m \omega_d \cos(\omega_d t+\varphi)$

$\longrightarrow i_C = C V_m \omega_d \sin(\omega_d t+\varphi+\frac{\pi}{2})$

نکته: $\frac{V_m}{I_m} = \frac{1}{C\omega_d} = X_C$: مقاومت ظاهری خازن در برابر تحریک سینوسی

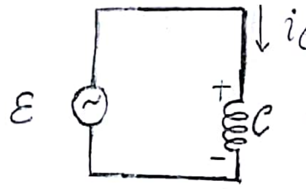
دامنه ولتاژ — V_m ؛ دامنه جریان — I_m ؛ در مدار خازنی



نکته: در بار خازنی I نسبت به V، $\frac{\pi}{2}$ جلوتر است.

دو حالت:
$$\begin{cases} V = V_m \angle \varphi_0 \\ I = V_m (C\omega_d) \angle \varphi_0+\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} V = \frac{I_m}{C\omega_d} \angle \theta_0-\frac{\pi}{2} \\ I = I_m \angle \theta_0 \end{cases}$$

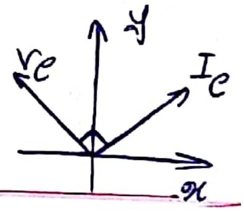
(III) بار القاگر

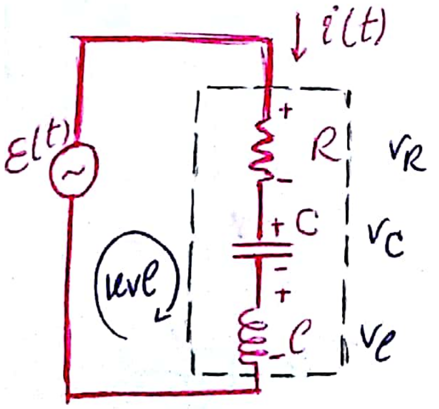


$v_L = V_m \sin(\omega_d t+\varphi)$

$i_L = \frac{1}{L}\int v_L = \underbrace{\frac{1}{L}\cdot\frac{V_m}{\omega_d}}_{I_L}\left(-\cos(\omega_d t+\varphi)\right)$

دو حالت:
$$\begin{cases} V = V_m \angle \varphi \\ I = \frac{V_m}{L\omega_d} = \frac{V_m}{X_L} \angle \varphi_0-\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} V = I_m X_L \angle \theta_0+\frac{\pi}{2} \\ I = I_m \angle \theta_0 \end{cases}$$





$\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_m \sin \omega_d t$

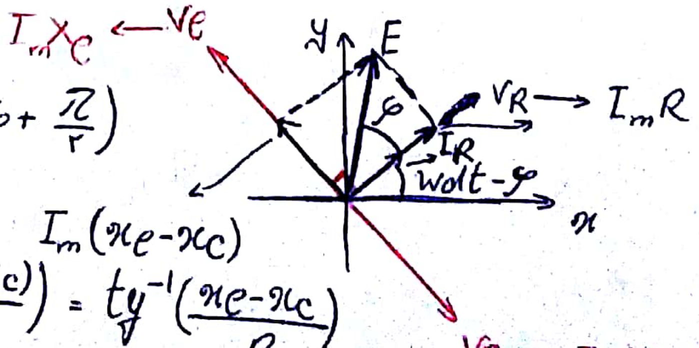
مدار RLC سری:

kvl: $\mathcal{E}(t) = v_R(t) + v_C(t) + v_L(t)$ (I)

جایگذاری II در I

فرض: $i(t) = I_m \sin(\omega_d t-\varphi)$ (II)

$\mathcal{E}_m \sin(\omega_d t) = R I_m \sin(\omega_d t-\varphi) + I_m X_C \sin(\omega_d t-\varphi-\frac{\pi}{2}) + I_m X_L \sin(\omega_d t-\varphi+\frac{\pi}{2})$



$$\text{پس} \longrightarrow \begin{cases} \varphi = tg^{-1}\left(\frac{I_m(X_L-X_C)}{V_R}\right) = tg^{-1}\left(\frac{X_L-X_C}{R}\right) \\ I_m^2R^2 + (X_L-X_C)^2 I_m^2 = \mathcal{E}_m^2 \longrightarrow I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{(X_L-X_C)^2+R^2}} = \mathcal{E}_m/\sqrt{(X_L-X_C)^2+R^2} \end{cases}$$

بررسی حالت‌های مختلف ① تک خازن (C) : C : $\frac{\mathcal{E}_m}{x_C} = I_m$ و $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{-x_C}{0}\right) = -\frac{\pi}{2}$

② تک القاگر (ℓ) : ℓ : $\frac{\mathcal{E}_m}{x_\ell} = I_m$ ، $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{x_\ell}{0}\right) = +\frac{\pi}{2}$

③ تک مقاومت (R) : R : $\frac{\mathcal{E}_m}{R} = I_m$ ، $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{0}{R}\right) = 0$

④ خازن و مقاومت سری (RC) : C R : $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{x_C^2+R^2}}$ و $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{-x_C}{R}\right)$

⑤ القاگر و مقاومت سری ($R\ell$) : ℓ R : $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{x_\ell^2+R^2}}$ ، $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{x_\ell}{R}\right)$

⑥ القاگر و خازن سری (ℓC) یا ($C\ell$) : C ℓ : $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{(x_\ell - x_C)^2}} \to \mathcal{E}_m / |x_\ell - x_C|$ ، $\varphi = tg^{-1}\left(\frac{x_\ell - x_C}{0}\right)$

$\varphi = \frac{\pi}{2} \to x_\ell > x_C \xrightarrow{\text{خاصیت القایی}}$ همچون سلف در مدار

$\varphi = 0 \to x_\ell = x_C \to$ اتصال کوتاه (h)

$\varphi = -\frac{\pi}{2} \to x_\ell < x_C \xrightarrow{\text{خاصیت خازنی}}$ همچون خازن در مدار

(h) $\to$ ℓ C R ، v_ℓ ، v_C ، if $x_C = x_\ell \to$ مدار در حالت تشدید $\to$ مدار مقاومتی با تک مقاومت R

$\to v_\ell(t) + v_C(t) = 0$ $\quad x_\ell = x_C \to \ell\omega_d = \frac{1}{C\omega_d} \to \omega_d = \frac{1}{\sqrt{\ell C}}$

$P(t) = R i_\ell^2(t) = R I_m^2 \sin^2(\omega_d t - \varphi)$ | $I_m = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{(x_\ell - x_C)^2 + R^2}} = \frac{\mathcal{E}_m}{Z}$: توان در جریان متناوب

$P_{avg} = \frac{\int_T P(t)dt}{T} = \frac{R I_m^2}{2}$ $\quad I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \to I_m^2 = 2 I_{rms}^2 \xrightarrow{\text{پس}}$

$P_{avg} = R I_{rms}^2 = R I_{rms} \cdot I_{rms} = R I_{rms} \frac{I_m}{\sqrt{2}} = R I_{rms} \frac{\mathcal{E}_{rms}}{Z} = \frac{R}{Z} I_{rms} \mathcal{E}_{rms}$

$\alpha\left(\frac{R}{Z}\right) = \cos\varphi \xrightarrow{\text{پس}} P_{avg} = I_{rms}\mathcal{E}_{rms}\cos\varphi \to$ ضریب توان ، $V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$ ، $\mathcal{E}_{rms} = \frac{\mathcal{E}_m}{\sqrt{2}}$