Subject:
Year: Month: Day:

سطح دلخواه و میدان الکتریکی غیر یکنواخت:

$$d\Phi = E\,dA \longrightarrow \Phi = \int E\,dA$$

$$\Phi_E = \int \vec{E}\cdot d\vec{s}$$

$\vec{E}$ ، ds

$ds \leftarrow$ بردار سطح

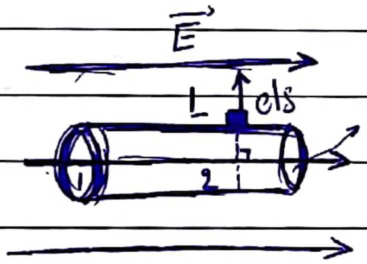
قانون گاوس:

$$\oint_E = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

کل بار موجود داخل سطح

ورودی خروجی

نکته: اگر مثبت شد یعنی برآیند خطوط میدان وارد بر حجم به سمت خارج حجم است. همواره ds را به سمت خارج حجم فرض می‌کنیم.



مثال: باید ds را برای ۳ سطح در نظر بگیریم

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \Phi_{E(1)} + \Phi_{E(2)} + \Phi_{E(3)}$$

1:

$ds \leftarrow$ ⊙ $\longrightarrow \Phi_{E_1} = \oint_S |\vec{E}||ds|\cos 180 = \int_{(1)} -E\,ds =$

$$-E\int_{(1)} ds = -E(\pi R^2) \quad (A)$$

$$\Phi_{E_2} = \oint_{(2)} |E||ds|\underbrace{\ }_{\cos(\frac{\pi}{2})} = 0 \quad (C)$$

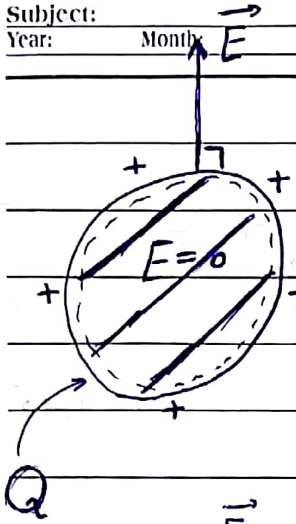
$$\Phi_{E_3} = +E(\pi R^2) \quad (B)$$

$$\xrightarrow{A, B, C} \Phi_E = A + B + C = 0$$

⊙ $\longrightarrow ds$

AIDIN

Subject:
Year: Month: Day:

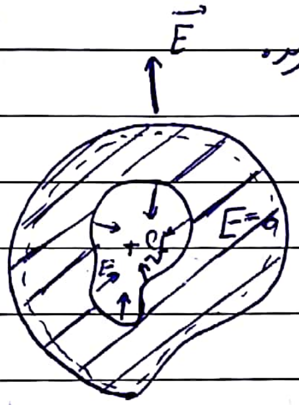


قانون گاوس در جسم رسانا با حجم V:

$\rightarrow \oint_E = 0 \rightarrow Q = 0$

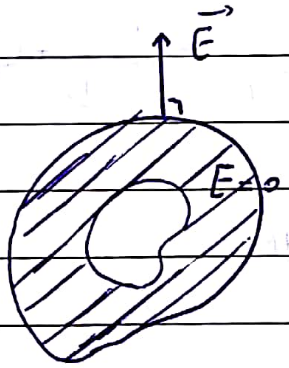
بارهای الکتریکی قابلیت جابجایی داشته باشند.

اگر باری به مرکز جسمی تزریق شود آنقدر جابجایی شود تا بار که به تعادل الکتریکی برسد.

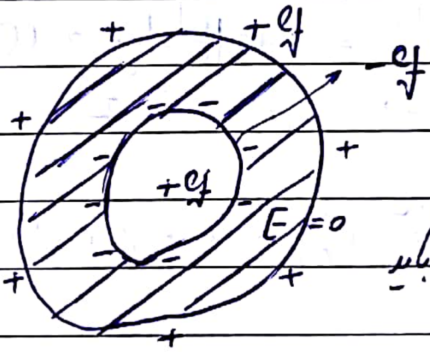


$\oint_E = 0 \rightarrow Q = 0 \rightarrow$ حالتی که یک قسمت از جسم رسانا خالی باشد. (A)

(B) حال اگر در قسمت تخلیه شده‌ی جسم $+q$ بگذاریم



شکل برای حالت A:



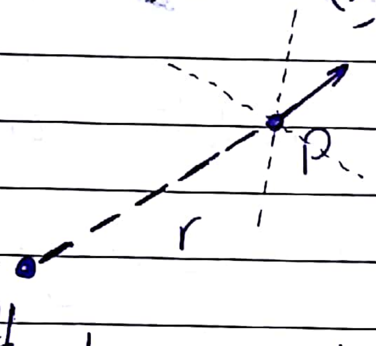
شکل برای حالت B:

فلز ابتدا خنثی بوده پس وقتی $-q$ روی سطح خالی شده قرار گرفت باید بار $+q$ طبق گاوس باشد که جسم همچنان خنثی باشد.

AIDIN

Subject:
Year: Month: Day:

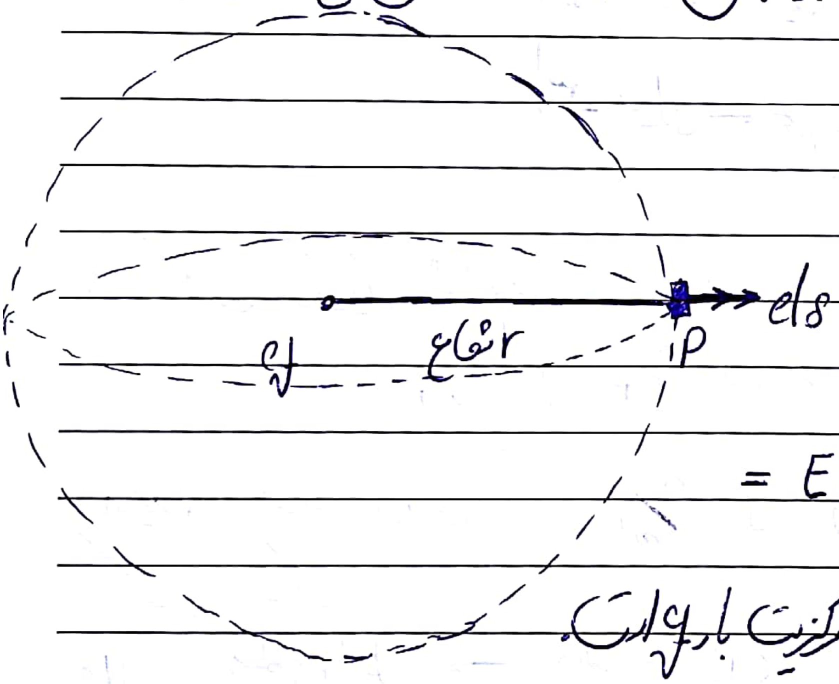
استفاده از قانون گاوس در جهت اثبات قانون کولن (برای میدان)



$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

قانون گاوس از روابط انتگرالی پیروی می‌کند پس فقط اندازه بردار را می‌دهد و هیچ اطلاعاتی از جهت نمی‌دهد.

برای اینکه E ثابت از انتگرال خارج شود باید سطحی انتخاب شود که E روی سطح آن ثابت باشد در نتیجه کره این خاصیت را دارد.



$$\Phi_E = \oint_S E(r)\, ds \cos 0^\circ = E(r)\oint_S ds = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow$$

این شرایط مشابه وضعیت تقارن به مرکزیت بار q است.

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

برای استفاده از گاوس باید ابتدا ۲ چیز را مشخص کنیم: (۱) جهت میدان (۲) تابعیت فضایی میدان.

AIDIN

Subject:
Year: Month: Day:

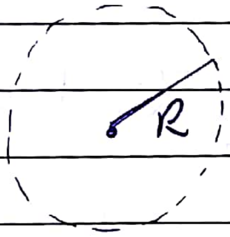
dA را همواره عمود بر شعاع جسم مورد نظر در نظر بگیرید.

کاربردهای قانون گاوس:

در مسائلی که تقارن زیادی دارند به کمک ما می آید.
توزیع بارها

انواع تقارن های توزیع بار:

1. کروی ← بار نقطه ای
2. استوانه ای ← یک میله ی باردار (یا سطوح خطی) بی نهایت طویل با توزیع بار یکنواخت
3. صفحه ای ← صفحه ی بی نهایت با توزیع بار یکنواخت



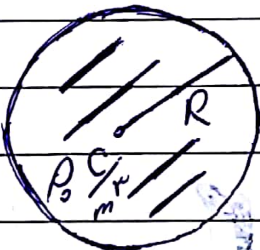
تقارن کروی: یک کره به شعاع R:

حجم: $\rho = \rho_0 \ C/m^3$ یا $\rho(r)$

پوسته: $\sigma = \sigma_0 \ C/m^2$

اگر $\rho(r)$ باشد هم می توان تقارن کروی فرض کرد

مثال: $\vec{E} = ?$



به ۲ قسمت فضا را تقسیم می کنیم برای راحت تر شدن محاسبات

حالت اول $0 < r < R$ → سطح به داخل کره اولیه

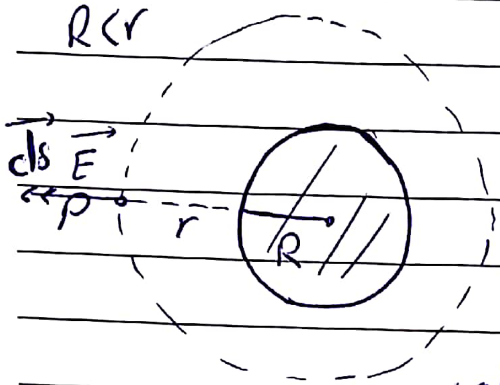
حالت دوم $R < r$ → سطح به خارج کره اولیه

Subject:
Year: Month: Day:

$$\vec{E} = E(r)\,\hat{r} \qquad \Phi_E = \oint_S \vec{E}(r)\cdot \vec{ds} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

کل بار Q

$R<r$



$$E(r)\oint_S ds = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow$$ جسم

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

اگر کل بار Q در مرکز کره‌ی اولیه متمرکز شود نیز مقدار میدان همین مقدار خواهد بود.

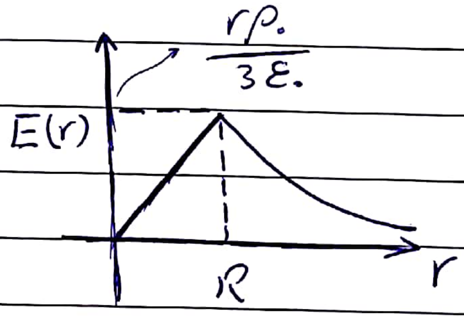
$\rho(r)$ و $\rho_0 \ C/m^3$

$0<r<R$

$$\rightarrow \Phi_E = \oint_S \vec{E}(r)\cdot\vec{ds} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

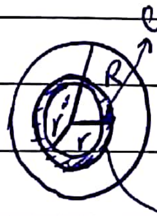
$$\rightarrow E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3 \rho_0}{\varepsilon_0} \rightarrow E(r) = \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho_0}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$$

$$E(r) = \begin{cases} r<R: & \dfrac{r\rho_0}{3\varepsilon_0} \\ r>R: & \dfrac{1}{3}\dfrac{R^3\rho_0}{\varepsilon_0 r^2} \end{cases}$$



$\rho(r) = \rho_0 r^2$

مثال: چون ρ برحسب r است باید المان dr' را در نظر بگیریم



$r'<r<R$

مساحت

$$dv = 4\pi r'^2 dr' \rightarrow$$ ارتفاع

$$dq = \rho(r)\,dv = \rho_0 r'^2 \cdot 4\pi r'^2 dr'$$

AIDIN