



دانشگاه تهران

نیمسال دوم ۹۶-۹۷

به نام او که جان را فکرت آموخت

تمرین سری دوم درس معادلات دیفرانسیل



پردیس دانشکده های فنی

۱- پاسخ عمومی معادله زیر را پیدا کنید.

$$y^{(4)} + y'' = 0$$

همچنین شکل پاسخ خصوصی معادله ناهمگن زیر را بنویسید. (محاسبه ضرایب لازم نمی باشد)

$$y^{(4)} + y'' = x \cos(x) + e^x + x$$

۲- پاسخ عمومی (مجموع جواب همگن و خصوصی) معادلات زیر را پیدا کنید. (در مواردی که از ضرایب نامعیت استفاده می کنید، ضرایب را حساب کنید)

$$y''' + y = e^{-x}$$

$$y'' + 2y' + 2y = e^{-x} \sec(x)$$

$$x^2 y'' + xy' - y = 6x^2 \quad x > 0$$

$$x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x + 2x^2 \quad x > 0$$

$$y''' - y'' - y' + y = \cosh(x) \quad x > 0$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x \ln(x)$$

$$y''' - 4y' = t + 3 \cos(t) + e^{-2t}$$

$$y^{(iv)} + 4y' = \cos(2x) + xe^x + 2$$

$$x^2 y'' - 6xy' + 12y = \frac{6x^5}{x^2 + 1}$$

$$y''' - y'' - y' + y = x$$

$$y'' + 2y' + 2y = x^2 + e^x \cos(x)$$

$$x^2 y'' + xy' + y = \tan(\ln(x)) \quad x > 0$$

$$y^{(4)} + 8y'' = t^2 + e^{-2t} - e^{-2t} \cos(3t)$$

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = x \ln x \quad x > 0$$

۳- اگر بدانیم $1/(1-x)$ جواب معادله $(x-1)^2 y'' + (7x-7)y' + 5y = 0$ می باشد، جواب معادله دیفرانسیل زیر را بدست آورید.

$$(x-1)^2 y'' + (7x-7)y' + 5y = x \quad x > 5$$

۴- اگر بدانیم xe^{2x} یک جواب معادله زیر است، سایر جواب های این معادله را به دست آورید:

$$y^{(4)} - 4y''' - 5y'' + 36y' - 36y = 0$$

۵- مسئله مقدار اولیه زیر را حل کنید.

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 3x^2 + \ln(x^5) \quad y(1) = 0; \quad y'(1) = 11/2$$

۶- با تغییر متغیر مناسب معادلات زیر را به یک معادله با ضرایب ثابت تبدیل نموده و آن را حل کنید.

$$xy'' + (x^2 - 1)y' + x^3 y = 0$$

$$y'' + (2x - \frac{1}{x})y' + x^2 y = 0$$

۷- معادله دیفرانسیل زیر را حل کنید. N یک عدد طبیعی است.

$$y'' + 9\pi^2 y = \sum_{m=0}^N \frac{1}{m+1} \cos(m\pi x)$$

۸- مسئله مقدار اولیه زیر را با ارضاء شرط پیوستگی حل کنید و نشان دهید که جواب این معادله به سمت صفر میل می کند اگر زمان t به سمت بینهایت رود.

$$m \frac{d^2y}{dt^2} + c \frac{dy}{dt} + ky = f(t) \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$k = 1 \frac{N}{m}, \quad c = 2kg \cdot sec, \quad m = 2kg$$

$$f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq \pi \\ 0, & t > \pi \end{cases}$$

۹- جواب عمومی معادله ناهمگن زیر را پیدا کنید.

$$(x+2)^2 y'' - (x+2)y' + y = 3x+2 \quad y(-1) = y'(-1) = 0$$

۱۰- جواب عمومی معادلات دیفرانسیل زیر را به دست آورید. (محاسبه ضرایب لازم نیست)

$$y^{(4)} + 8y'' + 16y = 3xe^{4x} + 2\sin(2x)$$

موفق باشید- معانی